SEGUNDA LEY DE NEWTON. Ecuación del movimiento. Sistema no inercial

$$\mathbf{F} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\mathbf{a}$$

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^{K} \mathbf{F}_i$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -2\vec{\Omega}\times\vec{V} - \frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \vec{g} + \vec{F}_r$$

$$\vec{a}_{cor} = -2\vec{\Omega}\times\vec{v}$$

$$\left|a_{cor}\right| = 2\Omega v sen\varphi$$

Tras análisis de escala y simplificaciones, en coordenadas **cartesianas**:

$$\frac{du}{dt} = fv - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{dv}{dt} = -fu - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$

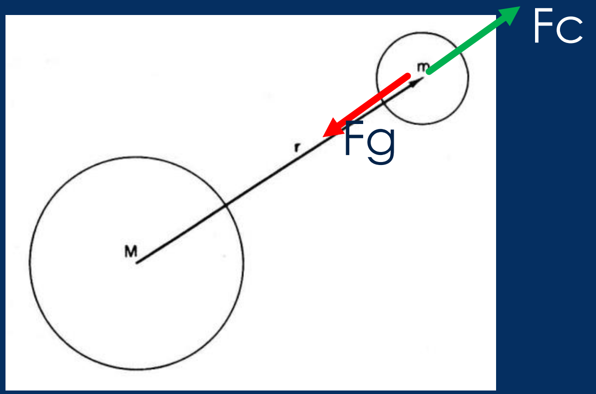
$$\frac{dw}{dt} = -g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}$$

Aceleración vertical nula: aproximación hidrostática

$$dp = -\rho g dz$$

FUERZA GRAVITACIONAL

Calcular la altura en la cual un satélite artificial orbitando en el plano ecuatorial puede ser un satélite síncrono



$$F_g = G\,\frac{Mm}{r^2}$$

r = R + h

G – gravitational constant (= 6.673x10^{-11} N m^{2}kg^{-2})
M – mass of Earth (=5.988x10^{24} kg)
m – mass of air parcel
r – distance between objects

$$F_g = G\,\frac{Mm}{r^2}$$

$$F_c = m\,\omega^2 r$$

$$G\,\frac{M}{r^2} = \omega^2 r$$

$$G\,M = \omega^2 (R+h)^3$$

$$\sqrt[3]{\frac{\boldsymbol{G\,M}}{\boldsymbol{\Omega^2}}} = \sqrt[3]{(\boldsymbol{R}+\boldsymbol{h})^3}$$

$$\boldsymbol{h} = \left(\frac{\boldsymbol{GM}}{\boldsymbol{\Omega^2}}\right)^{\frac{1}{3}} - \boldsymbol{R}$$

h = 36000 km

FUERZA DE CORIOLIS

Un misil es lanzado hacia al este a 43ºN de la latitud. Si el misil recorre 1000 km con una velocidad transversal u_0 =1000 m/s, ¿Cúanto se desvía del este debido a la fuerza de Coriolis?

ϕ= 43º N

u_0 =1000 m/s

Fco = - 2 $\vec{\Omega}$ x $\vec{v}$= -2 Ω u sin θ

$u = 10^3\ m/s$

$\Omega = 7{,}292 \text{ x } 10^{-5}\ rad/s$

$t = 10^3\ s$

$$\frac{dv}{dt} = -2\Omega \text{ u } \sin\theta$$

$$dv = -2\Omega \text{ u } \sin\theta\, dt$$

$$v = -2\Omega \text{ u } \sin\theta \ t$$

$$Movimiento\ hacia\ el\ norte: v = \frac{dy}{dt}$$

$$dy = -2\Omega \text{ u } \sin\theta \ t\ dt$$

$$\boldsymbol{y = -\Omega\, \mathbf{u}\, \sin\theta\ t^2}$$

$$u = 10^3\ m/s$$

$$\Omega = 7{,}292 \text{ x } 10^{-5}\ rad/s$$

$$t = 10^3\ s$$

$$\sin 43º = 0.682$$

Se desplaza hacia el sur unos 50 km

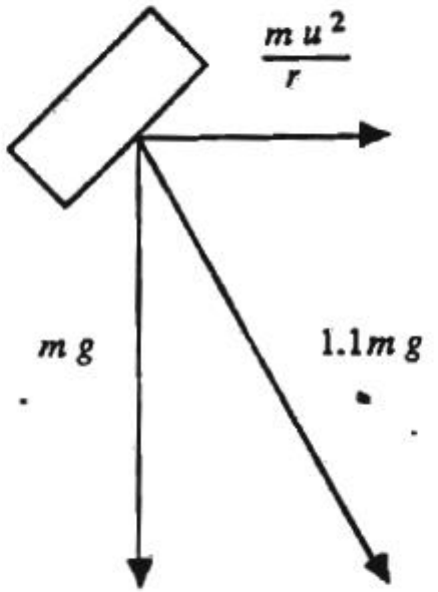
Un tren avanza recorriendo una trayectoria curvada a una velocidad de 50 m/s. Un pasajero se pesa en una balanza y observa que su peso es un 10 % mayor que cuando el tren está en reposo. El trayecto discurre por una ladera de forma que el peso del pasajero es normal al suelo del tren. ¿Cuál es el radio de curvatura de la trayectoria del tren?

$$\mathbf{F}_{\mathrm{cf}} = -m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

$$\mathbf{F} = -\frac{mv^2}{r}\hat{\mathbf{u}}_r = -m\omega$$

From the force diagram

$$(1.1\ mg)^2 = (mg)^2 + \left(\frac{mu^2}{r}\right)^2,\ r = \frac{u^2}{\left(0.21^{1/2} g\right)} = 556\,\mathrm{m}.$$



Geopotencial y espesores

$$\Phi \equiv \int_0^z g\,dz$$

dp = -ρg dz
 - dp/ρ= g dz
ρ= p/RT

$$d\Phi = -\left({RT}/{p} \right) dp = -RT d \ln p$$

$$\Phi(z_2) - \Phi(z_1) = R \int_{p_2}^{p_1} T d \ln p$$

$$Z \equiv {\Phi(z)}/{g_0}$$; donde, $g_0 \equiv 9{,}80665 ms^{-2}$

$$\Delta Z \equiv Z_2 - Z_1 = \frac{R}{g_0} \int_{p_2}^{p_1} T d \ln p$$

Calcular los espesores correspondientes a 100-50 kPa para condiciones isotermas con temperaturas de 273 K y 250 K

$$p = \rho RT$$

$$dp = -\rho\, g d\, z$$

$$dz = \frac{-dp}{\rho g}$$

$$\int_{z_0}^{z_1} dz = -\int_{p_0}^{p_1} \frac{dp}{\rho g}$$

$$\Delta z = -\int_{p_0}^{p_1} \frac{dp}{\rho g} = -\int_{p_0}^{p_1} \frac{dp}{\frac{p}{R'T} g}$$

$$\Delta z = -\frac{RT}{g} \int_{p_0}^{p_1} \frac{dp}{p}$$

$$\Delta\, z = -\frac{RT}{g} \ln \frac{p_1}{p_0}$$

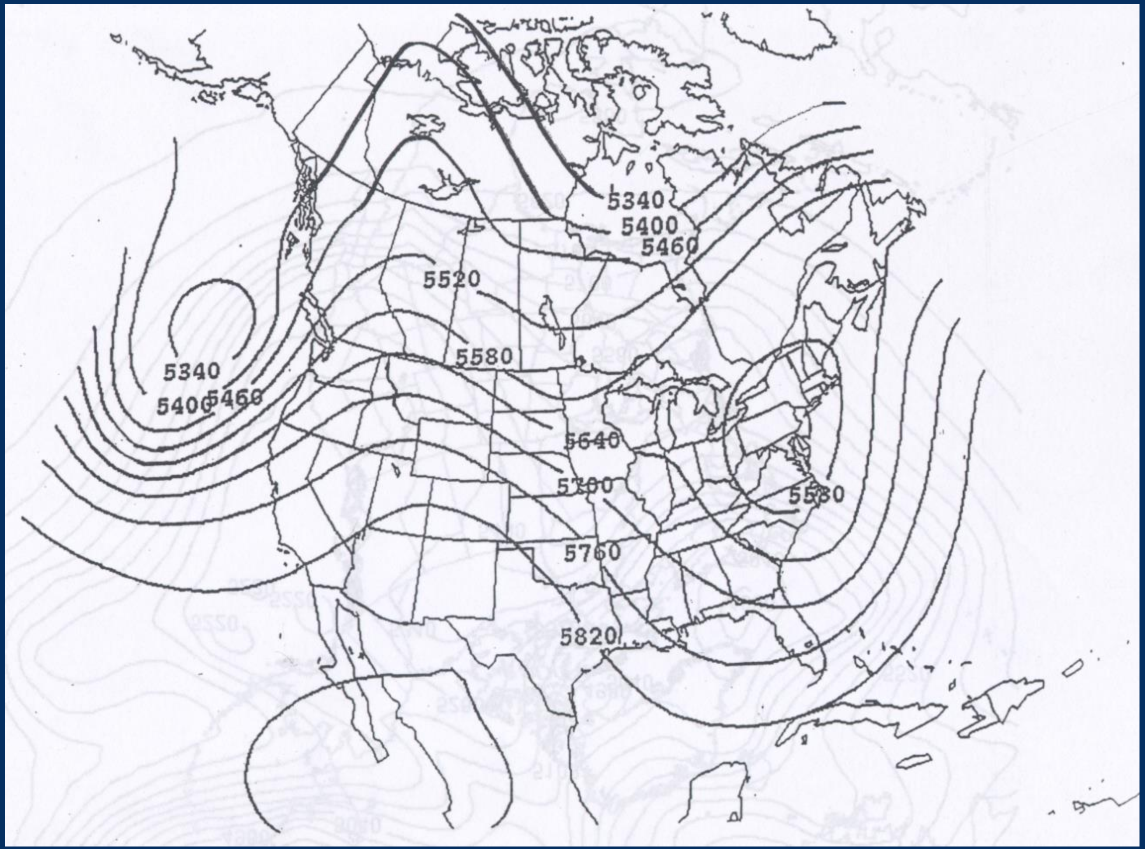
Para T = 273 K

$$\Delta\, z = -\frac{287{,}05\; x\; 273}{9{,}8} \ln \frac{50}{100} = 5542\; m$$

Para T = 250 K

$$\Delta\, z = -\frac{287{,}05\; x\; 250}{9{,}8} \ln \frac{50}{100} = 5075\; m$$

En la siguiente carta de espesores 500-100 hPa, calcular la temperatura media del estrato



$$\Delta z = -\int_{p_0}^{p_1} \frac{dp}{\rho g} = -\int_{p_0}^{p_1} \frac{dp}{\frac{p}{R'T}g} = -\frac{R'\Delta T}{g}\int_{p_0}^{p_1} T\frac{dp}{p}$$

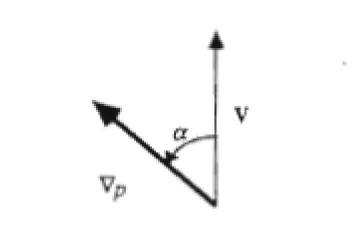
$$\Delta T = -\frac{\Delta z\, g}{R' \ln {p_1}/{p_0}}$$

$$\Delta T = -\frac{60\ x 9{,}8}{287\ x\ (-0{,}693)} = 2{,}96\ K$$

Las isohipsas están separadas 60 mgp

Un barco se dirige hacia el norte con una velocidad de 10 km/h. La presión en superficie aumenta hacia el noroeste a razón de 5 Pa/km. ¿Cuál será la tendencia de presión registrada en una estación de una isla próxima si la presión a bordo del barco decrece a una razón de 100 Pa/3 h?

$$\frac{Dp}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla p$$



$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{Dp}{Dt} - \mathbf{V} \cdot \nabla p \quad \text{but} \quad \frac{Dp}{Dt} = -\left(\frac{100}{3}\right) \text{Pa h}^{-1}.$$

$$\mathbf{V} \cdot \nabla p = |\mathbf{V}| \; |\nabla p| \cos \alpha,$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -33.33 - (10)(5)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -68.7 \text{ pa h}^{-1},$$

$$\text{or} = -\frac{2 \text{ mb}}{3 \text{ h}}.$$

Supongamos una parcela de aire seco de 1 kg que se eleva a velocidad vertical constante. Si la parcela se calienta por radiación a razón de 10^{-1} W kg^{-1}, ¿cuál debe ser la velocidad vertical de elevación para mantener la parcela a temperatura constante?

$$dq = c_v\, dT + p\, dV$$

$$\frac{dq}{dt} = c_p \frac{dT}{dt} - v\frac{dp}{dt}$$

$$pdV + vdp = R\, dT \qquad pdV = R\, dT - vdp$$

Como la evolución es a temperatura constante

$$dq = c_v\, dT + R\, dT - vdp \qquad dq = c_p\, dT - vdp$$

$$\frac{dq}{dt} = -v\frac{dp}{dt}$$

$$dp = -\rho\, g\, dz \qquad \frac{dq}{dt} = -v\frac{dp}{dt} = -v\,\rho\, g\frac{dz}{dt} = g\frac{Dz}{Dt}$$

$$\frac{Dz}{Dt} = \frac{Q}{g} = \frac{(10^{-1})\,\mathrm{W\,kg^{-1}}}{9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}} = 0.0102\,\mathrm{m\,s^{-1}} \text{ or } \boxed{+1.02\,\mathrm{cm\,s^{-1}}}.$$

Ecuación del movimiento en cooordenadas isobáricas

$$-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_z = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_p$$

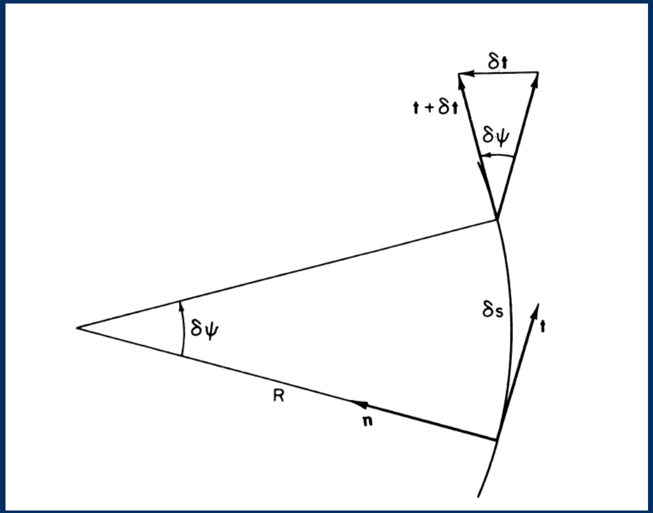
$$-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_z = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)_p$$

$$\boxed{\frac{d\vec{V}}{dt} = -2\vec{\Omega}\times\vec{V} - \vec{\nabla}_p\Phi}$$

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \frac{dx}{dt}\frac{\partial}{\partial x} + \frac{dy}{dt}\frac{\partial}{\partial y} + \frac{dp}{dt}\frac{\partial}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + \omega\frac{\partial}{\partial p}$$

donde $\omega = \frac{dp}{dt}$, es la variación de la presión debida al movimiento vertical.

Ecuación del movimiento en COORDENADAS INTRINSECAS



$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial s}$$

$$\frac{V^2}{R} + fV = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial n}$$

El viento real está dirigido 30° a la derecha del viento geostrófico. Si éste es de 20 m/s, ¿cuál es la aceleración del viento? Suponer f= 10^{-4} s^{-1}

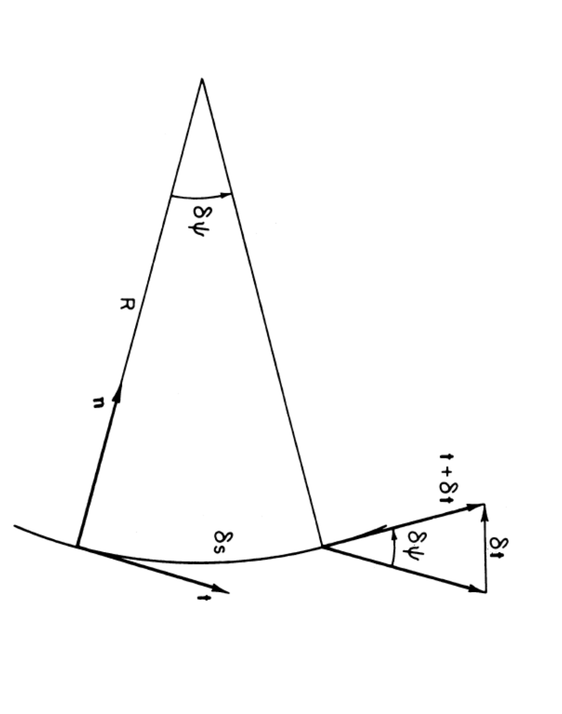
$$V_g = -\frac{1}{\rho f}\frac{\partial p}{\partial n} \qquad |V_g| = \frac{1}{\rho f}|\nabla p|$$

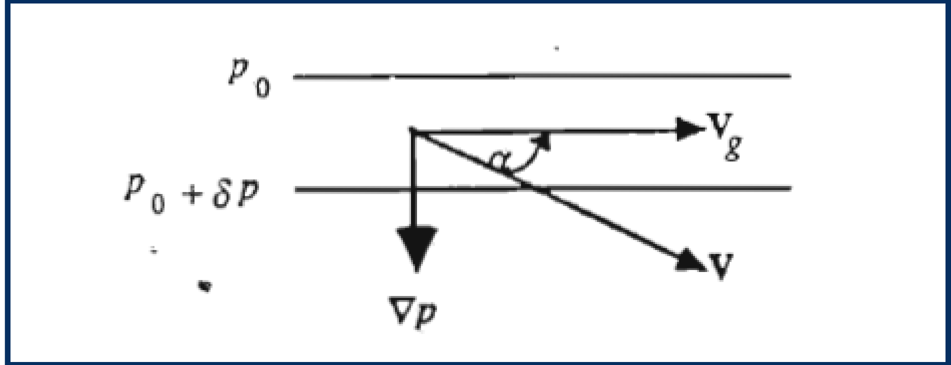
$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial s}$$

$$\frac{V^2}{R} + fV = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial n}$$

De la figura:

$$\frac{\partial p}{\partial s} = |\nabla p| \sin 30$$





$$\therefore \; \frac{\partial p}{\partial s} = |\nabla p| \sin\frac{\pi}{6}. \;\; \text{But } |\nabla p| = \rho f |V_g|,$$

$$\therefore \; \frac{DV}{Dt} = -f\,|V_g| \sin\frac{\pi}{6} = -\left(10^{-4}\,s^{-1}\right)\left(20\ m\,s^{-1}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

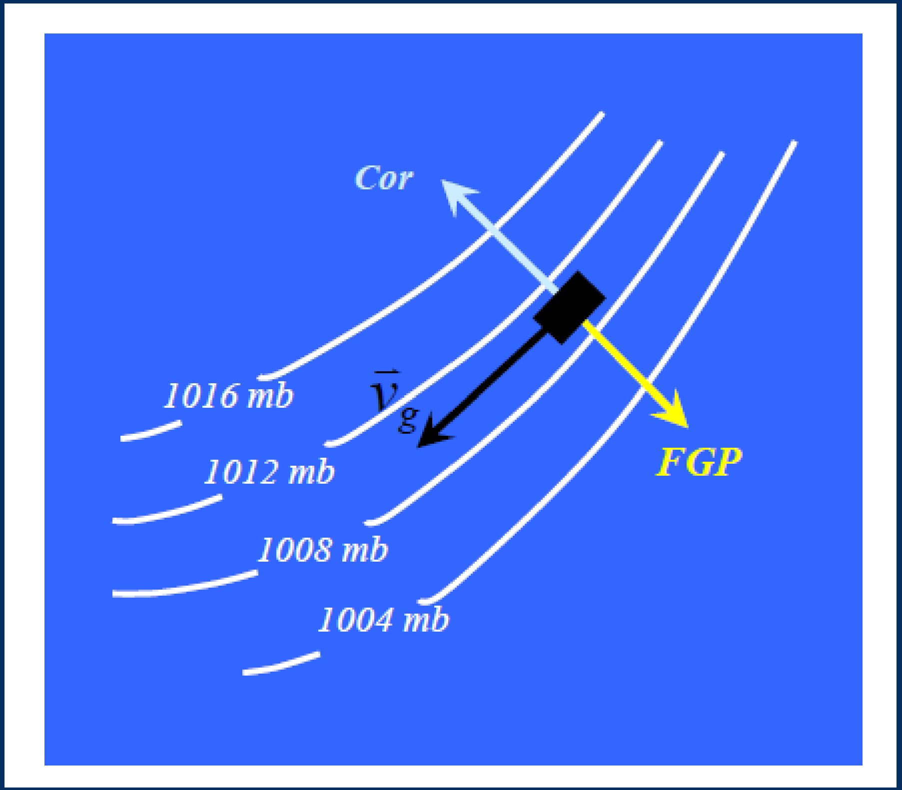
$$= -10^{-3}\,m\,s^{-1}.$$

FLUJO GEOSTRÓFICO

$$\boxed{\begin{aligned} u_g &= \frac{-1}{\rho f}\frac{\partial p}{\partial y} \\ v_g &= \frac{1}{\rho f}\frac{\partial p}{\partial x} \end{aligned}}$$

En coordenadas intrínsecas, la expresión del viento geostrófico es:

$$V_g = -\frac{1}{\rho f}\frac{\partial p}{\partial n}$$



Calcular la distancia entre las isobaras, dibujadas en intervalos de 5 milibares, en un mapa de escala 1: 1,5 x 10^7, si el viento geostrófico es 12 m/s, la temperatura 18° C, la presión 998 milibares y la latitud 54°.

$$V_g = -\frac{1}{\rho f}\frac{\partial p}{\partial n} \qquad \Delta n = \frac{\Delta p}{\rho f V_g} \qquad \Delta p = 5\ mb = 5\ hPa = 500\ N\ m^{-2}$$

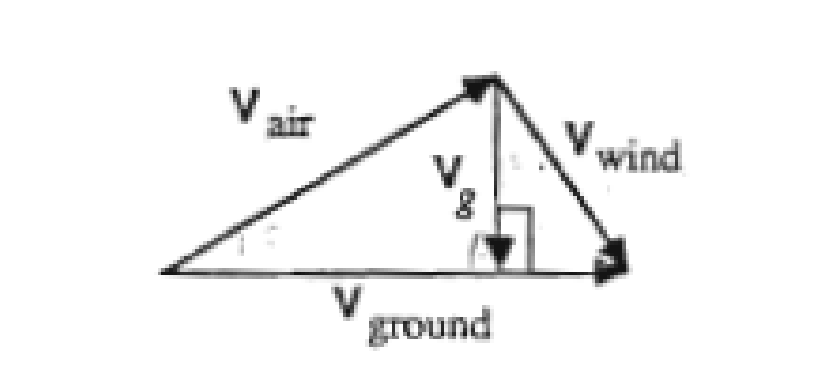
$$f = \frac{2 \text{ x } 2\text{x } 3,14}{86400}\sin 54 = 1,18\ x\ 10^{-4} s^{-1}$$

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{99800}{287x291} = 1.19\ kg\ m^{-3}$$

$$\Delta n = \frac{\Delta p}{\rho f V_g} = \frac{500}{1.19\ x\ 1,18\ x\ 10^{-4} x\ 12} = 296729\ m$$

$$\frac{296729}{15000000} = 0.0197\ m\ \approx 2\ cm$$

Una aeronave que vuela con un rumbo ENE (60°) con una velocidad de 200 m/s se mueve relativamente al suelo con un rumbo este y a una velocidad de 225 m/s. Si la aeronave vuela sobre una superficie de presión constante, ¿Cuál es el cambio en altitud en metros por kilómetro de distancia horizontal asumiendo un campo constante de presión, viento geostrófico y un parámetro de coriolis de f= 10^{-4} s^{-1}?



$$V_g = -\frac{g}{f}\frac{\partial z}{\partial x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{f}{g} V_g$$

$$V_g = v_{air} \sin 30 = 100$$

$$\frac{\partial z}{\partial n} = \frac{f}{g} V_g$$

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_p = \frac{\left(10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}\right)\left(-100\,\mathrm{m\,s}^{-1}\right)}{9.8\,\mathrm{m\,s}^{-2}} = -1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{km}}.$$

¿Es válida la aproximación geostrófica en el área de la península ibérica?

$$R_0 = \frac{U}{fL} \ll 1$$

$$f = 2\Omega \sin\theta$$

f= 2x 7,2 x 10^{-5}x 0.64 = 9.2 x 10^{-5}

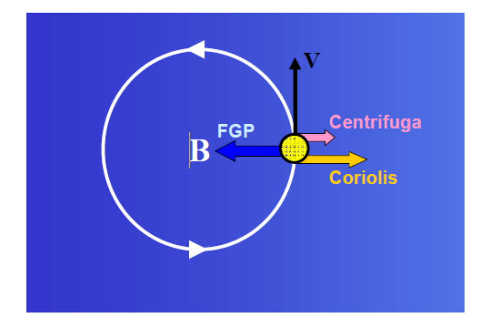
$$U \ll fL$$

$U \ll 9.2 \times 10{-}5\ x10^{6}$= 92 m/s

Sí, en general los vientos a escala sinóptica son muy inferiores, del orden de 10 m/s

Flujo del gradiente

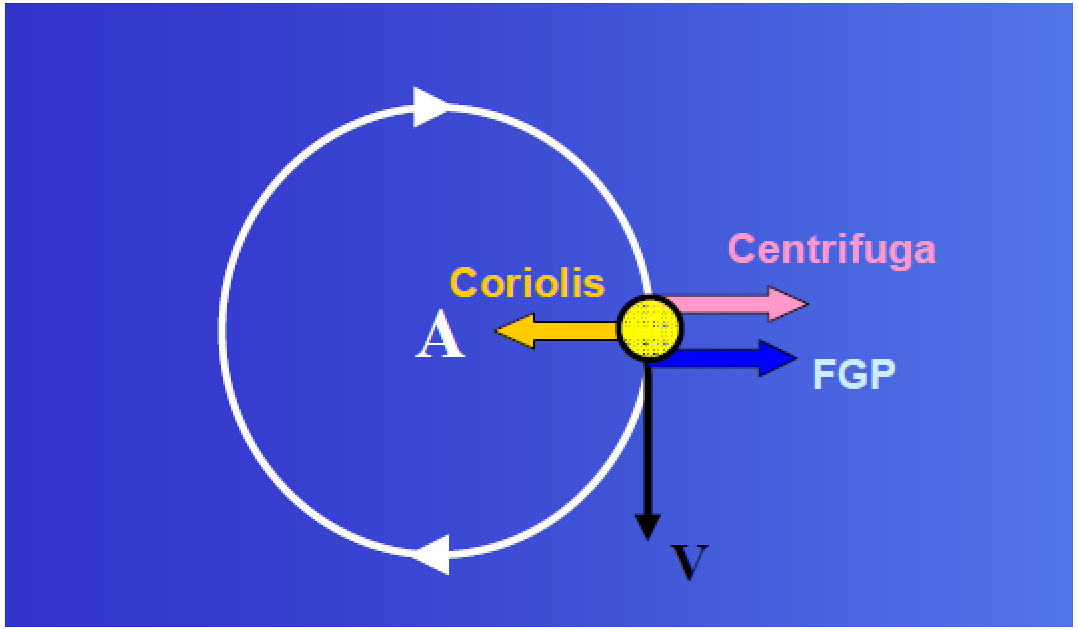
$$\frac{V^2}{R} + fV = \frac{1}{\rho}\left|\frac{\partial p}{\partial n}\right|$$



$$\frac{V^2}{R} + fV - \frac{1}{\rho}\left|\frac{\partial p}{\partial n}\right| = 0$$

$$V = -\frac{fR}{2} \pm \sqrt{\frac{f^2R^2}{4} + \frac{R}{\rho}\left|\frac{\partial p}{\partial n}\right|}$$

Como podemos ver, siempre hay solución (el radicando siempre es positivo) no habiendo límite alguno para el radio de curvatura, por lo que, como ya sabíamos, puede haber bajas de muy pequeño radio. También vemos que hay dos posibles soluciones para V, una positiva y otra negativa, lo que quiere decir que son dinámicamente posibles bajas con flujo anticiclónico (solución negativa) denominadas bajas anómalas.



$$V = \frac{fR}{2} \pm \sqrt{\frac{f^2 R^2}{4} - \frac{R}{\rho}\left|\frac{\partial p}{\partial n}\right|}$$

En este caso vemos que hay combinaciones de gradientes de presión y radios de curvatura imposibles (radicando negativo). Físicamente significa que no puede haber gradientes de presión grandes en el centro de un anticiclón (como ya sabíamos por la experiencia). En el caso de las altas, las dos soluciones posibles son positivas, lo que significa que alrededor de un alta el flujo es siempre anticiclónico.

Determinar la velocidad del viento del gradiente en el punto medio entre las isobaras de 1016 y 1020 milibares de un anticiclón, si el radio de curvatura es de 1000 km y ambas isobaras están separadas 300 km. a una latitud aproximada de 50° N

$$v_G = \frac{fR}{2} \pm \sqrt{\frac{f^2R^2}{4} - \frac{R}{\rho}\left|\frac{\partial p}{\partial x}\right|}$$

f$= \frac{2 \text{ x } 2\text{x } 3{,}14}{86400} \sin 50 = 1{,}10 \; x \; 10^{-4} s^{-1}$

R = 10^6 m

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{101800}{287x288} = 1.23 \; kg \; m^{-3}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{400}{3 \; x \; 10^5} = 1.3 \; x10^{-3}$$

$$v_G = \frac{1{,}10 \; x \; 10^{-4} x \; 10^6}{2} \pm \sqrt{\frac{1.21 \; x10^{-8} \; 10^{12}}{4} - \frac{10^6}{1.23} 1.3 \; x10^{-3}}$$

$$v_G = 55 \pm \sqrt{3025 - 1056} = 55 \pm 44$$

V = 11 m/s

La otra solución (99 m/s) es teóricamente posible.

Un tornado rota con una velocidad angular constante . Obtener la expresión de la presión en el centro del tornado (se supone T constante). Si la temperatura es 288 K, la presión a 100 m del centro es 100 kPa, y la velocidad del viento a 100 m de distancia del centro es 100 m/s, ¿cuál es la presión central?

$$\frac{V^2}{r} + fv = \frac{1}{\rho}\left|\frac{\partial p}{\partial r}\right| \qquad \omega^2 r = \frac{1}{\rho}\left|\frac{\partial p}{\partial r}\right| \qquad \boldsymbol{p = \rho\, RT} \qquad \boldsymbol{\rho = \frac{p}{RT}}$$

$$\omega^2 r\, dr = RT\frac{dp}{p}$$

$$\therefore \int_{p_0}^{p} d\ln p = \left(\frac{\omega^2}{RT}\right)\int_{r_0}^{0} r dr, \quad \therefore \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{\omega^2 r_0^2}{(2RT)}$$

or $p = p_0 \exp\left[-\frac{\omega^2 r_0^2}{(2RT)}\right]$.

Since $\frac{\omega^2 r_0^2}{2RT} << 1$, $p \approx p_0\left[1 - \frac{\omega^2 r_0^2}{2RT}\right] = 94$ kPa.

Calcular la velocidad del viento en metros por segundo para un gradiente de presión de 1 kPa/1000 km y comparar con todas las velocidades posibles del viento del gradiente para un radio de curvatura de +/- 500 km y el mismo gradiente de presión. Considerar la densidad igual a 1 kg/m^3 y el parámetro de coriolis f= 10^{-4} s^{-1}

-

$$V_g = -\frac{1}{\rho f}\frac{\partial p}{\partial n}$$

$$V_g = \left(\frac{-1}{\rho f}\right)\left(\frac{\partial p}{\partial n}\right) = \frac{\left(10^{-3}\right)}{(1)\left(10^{-4}\right)} = 10\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

$$v_G = \frac{fR}{2} \pm \sqrt{\frac{f^2R^2}{4} - \frac{R}{\rho}\left|\frac{\partial p}{\partial n}\right|}$$

$$v_G = \frac{fR}{2} \pm \sqrt{\frac{f^2R^2}{4} - fRV_g}$$

$$V_{grad} = -\left(\frac{fR}{2}\right) \pm \left(\frac{f^2R^2}{4} + fRV_g\right)^{1/2} = \left[\pm 25 \pm (625 \pm 500)^{1/2}\right].$$

Noting that $V_{grad} > 0$ for permitted solutions:

$V_{grad} = 8.5\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ regular low,
$V_{grad} = 13.8\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ regular high,
$V_{grad} = 58.5\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ anomalous low,
$V_{grad} = 36.2\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ anomalous high.

Determinar para un determinado gradiente de presión en un anticiclón el máximo viento de gradiente en relación al viento geostrófico

For normal high $R < 0$ and $V_{grad} = -\left(\frac{fR}{2}\right) - \left(\frac{f^2R^2}{4} + fRV_g\right)^{1/2}$

$\therefore \left(V_{grad}\right)_{max} = -\left(\frac{fR}{2}\right)$ i.e., $fRV_g + \frac{f^2R^2}{4} = 0$ for maximum

$\therefore V_g = -\frac{fR}{4} = \frac{\left(V_{grad}\right)_{max}}{2} \quad \therefore \left|\frac{V_{grad}}{V_g}\right|_{max} = 2.$

Viento térmico: cizalladura vertical del viento geostrófico entre dos niveles

$$u_T = u_g(p_1) - u_g(p_0) = -\frac{1}{f}\frac{\partial}{\partial y}(\Phi_1 - \Phi_0)$$
$$v_T = v_g(p_1) - v_g(p_0) = \frac{1}{f}\frac{\partial}{\partial x}(\Phi_1 - \Phi_0)$$

$$\left(d\Phi = -\left(RT/p\right)dp = -RT d\ln p \right).$$

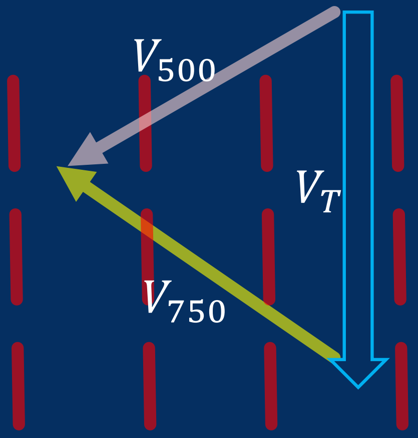
$$u_T = -\frac{R}{f}\left(\frac{\partial \overline{T}}{\partial y}\right)_p \ln\left(\frac{p_0}{p_1}\right)$$
$$v_T = \frac{R}{f}\left(\frac{\partial \overline{T}}{\partial x}\right)_p \ln\left(\frac{p_0}{p_1}\right)$$

$$\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial \ln p} = -\frac{R}{f}\vec{k} \times (\vec{\nabla} T)_p$$

La temperatura media en la capa entre 750 y 500 hPa decrece hacia el este a razón de 3°C/100 km. Si el viento geostrófico en 750 hPa es del sureste con una velocidad de 20 m/s, ¿cuál es la velocidad y dirección del viento geostrófico en 500 hPa? Considerar el parámetro de coriolis f= 10^{-4} s^{-1}

$$u_T = u_g(p_1) - u_g(p_0) = -\frac{1}{f}\frac{\partial}{\partial y}(\Phi_1 - \Phi_0)$$

$$v_T = v_g(p_1) - v_g(p_0) = \frac{1}{f}\frac{\partial}{\partial x}(\Phi_1 - \Phi_0)$$

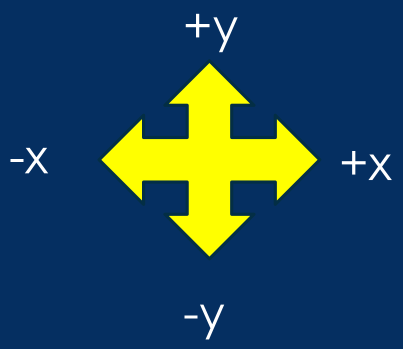


$$V_T = \frac{R}{f}\frac{\Delta T}{\Delta x}\ln\frac{p_0}{p_1}$$

$$V_T = V_{500}\text{-}V_{750}$$

$$v_T = \left(\frac{R}{f}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_p \ln\left(\frac{75}{50}\right) = -34.5\ \mathrm{m\,s^{-1}}.$$

$$u_{50} = u_{75} + u_T = -14.1\ \mathrm{m\,s^{-1}} + u_T,$$
$$v_{50} = v_{75} + v_T = +14.1\ \mathrm{m\,s^{-1}} + v_T,$$



$\therefore$ $\mathbf{V}_g$ (50 kPa) = (–14.1, –20.4) m s^{-1}

or $|\mathbf{V}_g| = 25$ m s^{-1}. From 34° east of north.

¿ cuál es la advección de temperatura media en el estrato 750-500 hPa del problema anterior?

$$\text{Temperature advection} = -\mathbf{V} \cdot \nabla T = -\frac{\bar{u}\partial \bar{T}}{\partial x}$$

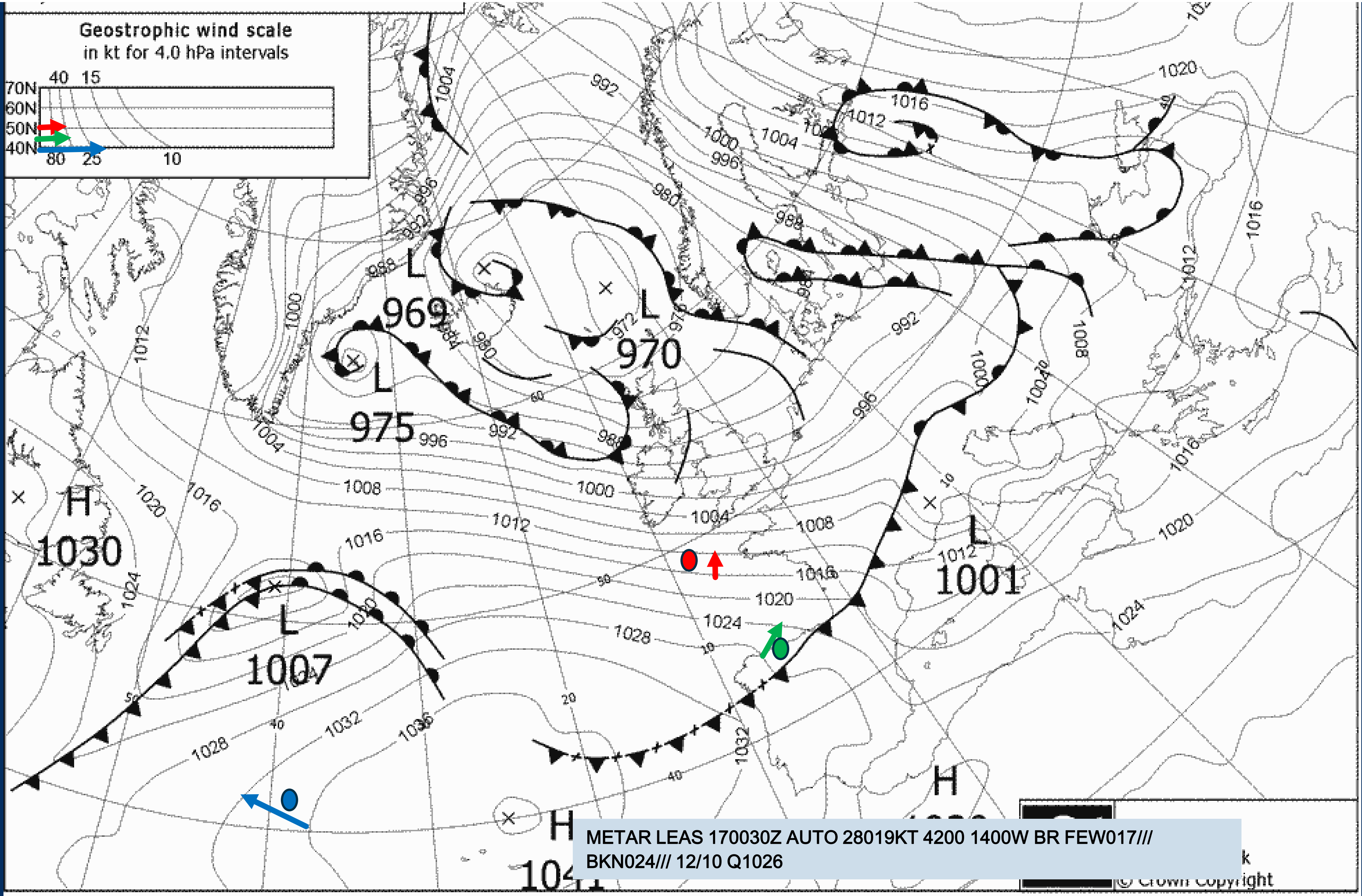
$$\text{where } \bar{u} = \frac{(u_{50} + u_{75})}{2} = -14.1 \text{ m s}^{-1}.$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = -\frac{3°\text{C}}{100 \text{ km}} = -3 \times 10^{-5} \text{ °C m}^{-1}.$$

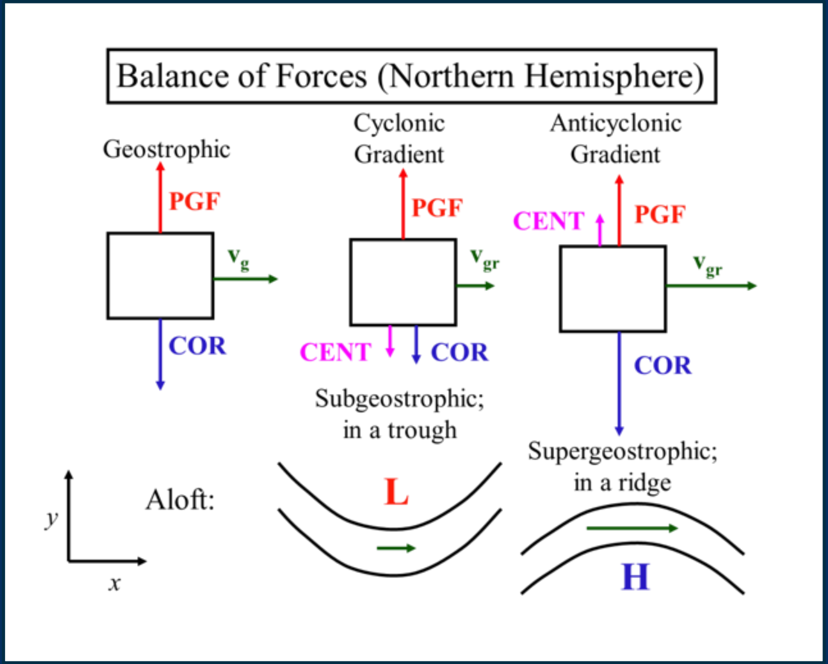
$$\therefore \quad -\frac{\bar{u}\partial \bar{T}}{\partial x} = -4.23 \times 10^{-4} \text{ °C s}^{-1} = -\frac{1.5°\text{C}}{\text{h}}.$$

METAR LEAS 170100Z AUTO 28019G30KT 260V340 4100 1200W BR BKN025/// 12/10 Q1026=

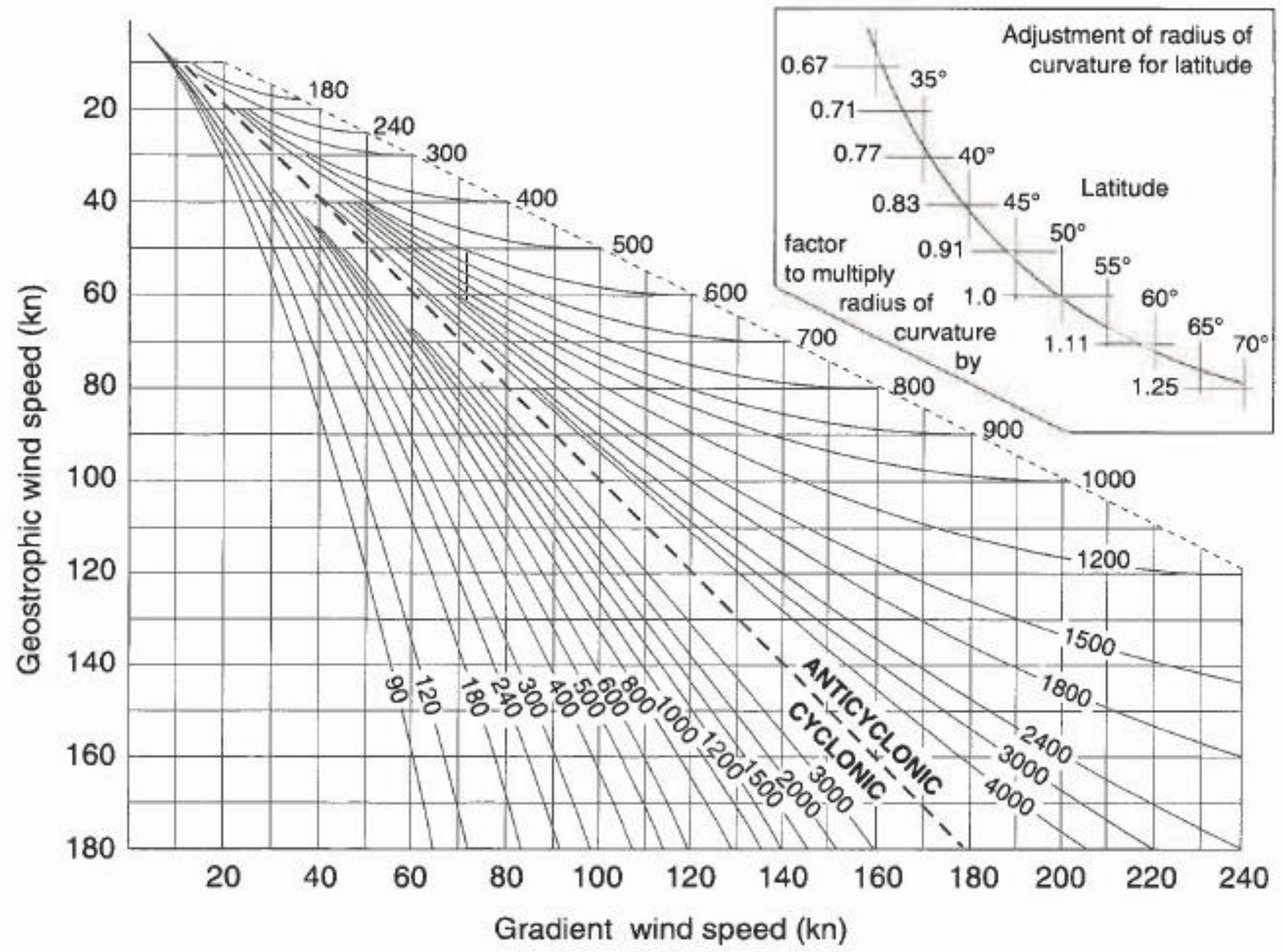
Calcular el viento geostrófico en los distintos puntos.
Calcular el viento del gradiente en el punto azul



METAR LEAS 170030Z AUTO 28019KT 4200 1400W BR FEW017/// BKN024/// 12/10 Q1026



FLUJO SUPERGEOSTRÓFICO Y SUBGEOSTRÓFICO



Adjustment of radius of curvature for latitude
Latitude
factor to multiply radius of curvature by
0.67
0.71
0.77
0.83
0.91
1.0
1.11
1.25
35°
40°
45°
50°
55°
60°
65°
70°
ANTICYCLONIC
CYCLONIC
Geostrophic wind speed (kn)
Gradient wind speed (kn)

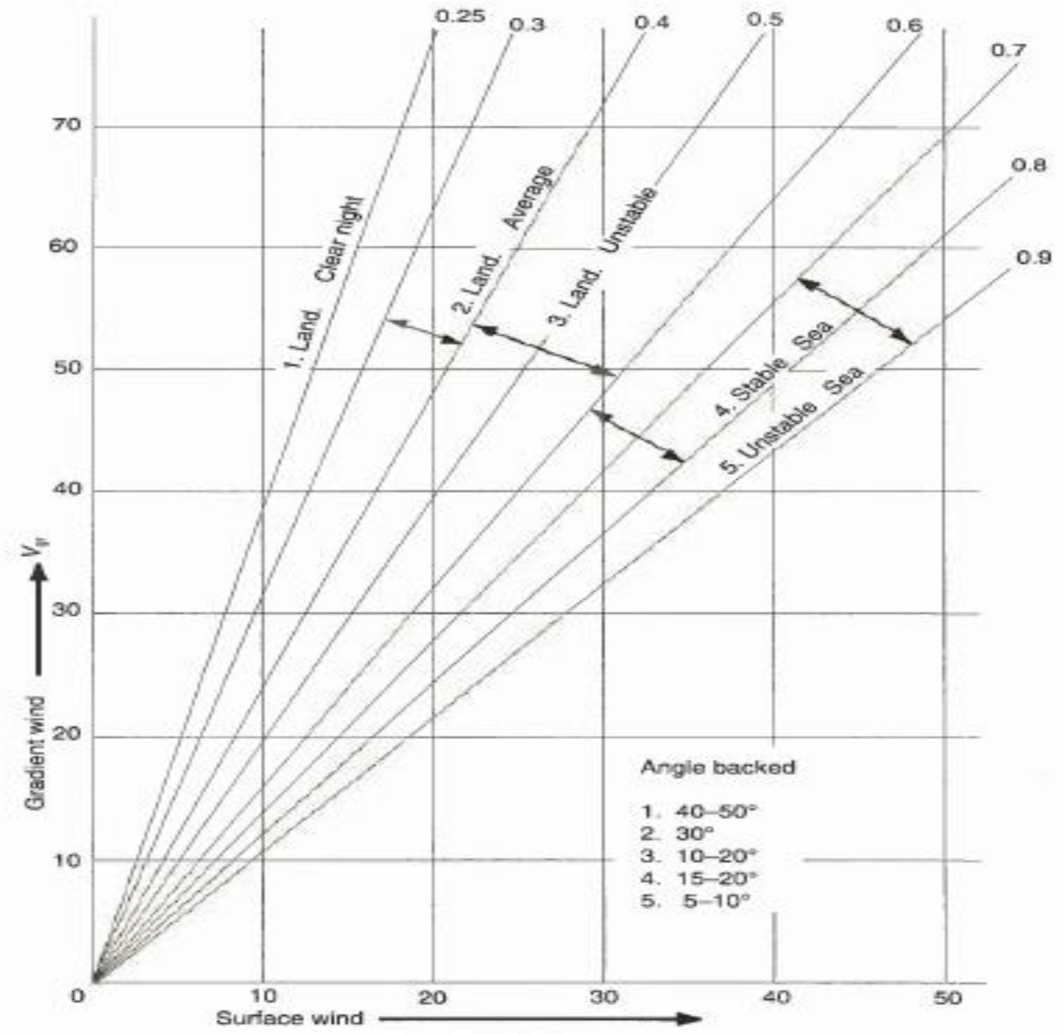
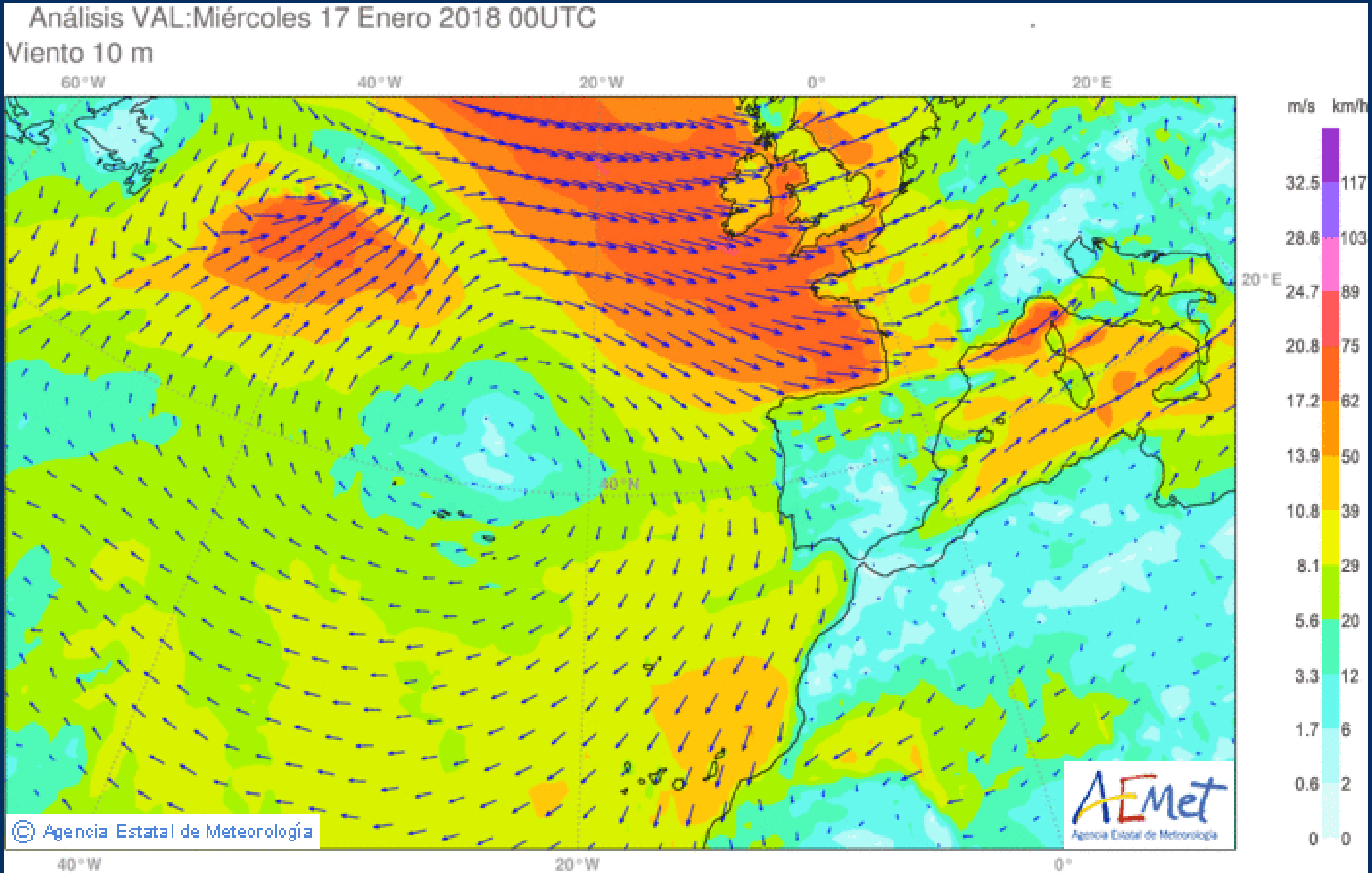


Figure 1.9. Relationship between geostrophic and surface winds over land and sea (units —


Análisis VAL:Miércoles 17 Enero 2018 00UTC
Viento 10 m
60°W
40°W
20°W
0°
20°E
40°N
m/s
km/h
32.5
117
28.6
103
24.7
89
20.8
75
17.2
62
13.9
50
10.8
39
8.1
29
5.6
20
3.3
12
1.7
6
0.6
2
0
0
© Agencia Estatal de Meteorología
AEMet
Agencia Estatal de Meteorología

Circulación y Divergencia.
Circulación en la Tierra (absoluta), suma de la debida a la rotación y de la relativa del movimiento.

$$C_a = C + 2\,\mathbf{\Omega} \cdot Area$$

$$C = \oint \vec{V} . d\vec{l}$$

$$\frac{dC_a}{dt} = \frac{d}{dt}\oint \vec{v} \cdot \overrightarrow{dl} = \oint \frac{dp}{\rho}$$

Teorema de la circulación. En un fluido barotrópico se conserva la circulación absoluta.

Para un anillo circular de fluido que gira con rotación omega:

$$C = 2\,\mathbf{\Omega}\,\pi R^2$$

A_e Es la proyección del área sobre el ecuador

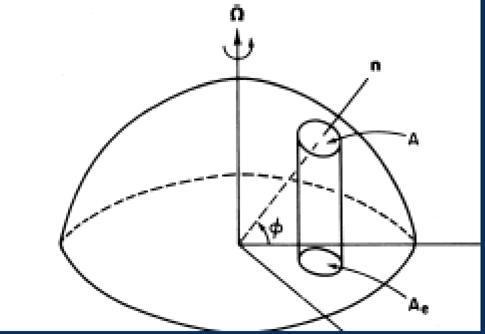
$$\frac{dC}{dt} = -\oint \frac{dp}{\rho} - 2\,\mathbf{\Omega}\frac{dA_e}{dt}$$

Teorema de la circulación de Bjerknes

$$C_2 - C_1 = -2\Omega(A_2 \sin\phi_2 - A_1 \sin\phi_1)$$

En un fluido barotrópico

Supongamos que el aire contenido en el interior de una región circular de radio 100 km centrada en el ecuador se encuentra inicialmente en reposo respecto a la Tierra. Si esta masa circular de aire se desplaza hacia el polo norte a lo largo de una superficie isobárica conservando su área, ¿Cuál sería la variación de la circulación relativa alrededor de la circunferencia? ¿Cuál es la velocidad tangencial media?



$$C_2 - C_1 = -2\Omega\,(A_2 \sin\theta_2 - A_1 \sin\theta_1)$$

$$C_2 - C_1 = -2\Omega\pi r^2\,(\sin 90 - \sin 0)$$

$C_2 - C_1 = -2\Omega\pi r^2$ = -2 x 7,2 x10^{-5} x 3.14 x10^{10}= 14.4 x10^5m^2/s

C =v 2 π r v = C/ 2πr= - 7.2 m/s

4.2 A cylindrical column of air at 30°N with radius 100 km expands to twice its original radius. If the air is initially at rest, what is the mean tangential velocity at the perimeter after expansion?

Solution: $C + 2\Omega \sin\phi\, A = \text{Constant.}$

$$\therefore\ C_{\text{final}} = 2\Omega \sin\phi\,(A_{\text{initial}} - A_{\text{final}}) + C_{\text{initial}},\ \text{but } A_{\text{initial}} = \pi r_i^2\,.$$

$$A_{\text{final}} = \pi r_f^2 = 4\pi r_i^2,\ \text{since } r_f = 2r_i.$$

$$\therefore\ C_{\text{final}} = 2\Omega \sin\phi\left(-3\pi r_i^2\right)\ \text{but } V = \frac{C_{\text{final}}}{2\pi r_f}.$$

$$\therefore\ V = 2\sin\phi\left(\frac{3r_r}{4}\right) = -5.5\ \text{m s}^{-1}\ \text{(anticyclonic).}$$

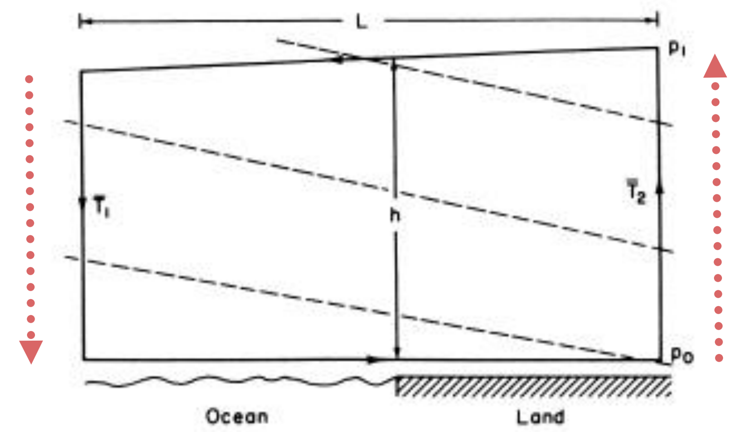


Fig. 4.3 Application of the circulation theorem to the sea breeze problem. The closed heavy solid line is the loop about which the circulation is to be evaluated. Dashed lines indicate surfaces of constant density.

$$\frac{dC_a}{dt} = \frac{d}{dt}\oint \vec{v}\cdot \vec{dl} = \oint \frac{dp}{\rho}$$

$$p = \rho RT$$

$$\frac{dC_a}{dt} = \oint RT\, d\, lnp$$

$$\frac{dC_a}{dt} = \mathrm{R}\ \ln\left(\frac{p_0}{p_1}\right)(\overline{T_2} - T_1) > 0$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\mathrm{R}\ \ln\left(\frac{p_0}{p_1}\right)}{2(h+L)}(\overline{T_2} - \overline{T_1})$$

P_0= 1000 hPa
P_1= 900 hPa

$\overline{T_2} - \overline{T_1}$ = 10 °C
L= 20 km
H = 1 km

$$\frac{dv}{dt} = 7,1 \times 10^{-3}\ \mathrm{ms}^{-2}$$

Vorticidad relativa
(componente vertical

$$\boxed{\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}}$$

La ***vorticidad absoluta***, η, es la vorticidad relativa más la vorticidad debida a la vorticidad de la Tierra debida a su rotación (que es $f = 2\Omega \sin\phi$), es decir:

$$\eta = \zeta + f = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + f$$

$$\boxed{\frac{\delta C}{\delta A} = \zeta}$$

Esta relación nos indica que la vorticidad es el límite de la circulación alrededor de un contorno cerrado, dividida por el área de este contorno cuando el área tiende a ser muy pequeña (tiende a cero). De esta manera queda explícita la relación entre la magnitud macroscópica (circulación) y la microscópica (vorticidad).

Vorticidad en coordenadas naturales o intrínsecas

$$\zeta = \lim_{\delta n, \delta s \to 0} \frac{\delta C}{(\delta n\, \delta s)} = -\frac{\partial V}{\partial n} + \frac{V}{R_s}$$

donde R_s es el radio de curvatura de las líneas de corriente. Como podemos ver la vorticidad (recordamos que realmente es la componente vertical de la vorticidad) tiene dos componentes: la primera ($-\frac{\partial V}{\partial n}$) denominada ***vorticidad por cizalladura*** y que es la variación de la velocidad del viento por unidad de distancia en la dirección normal al flujo y la segunda ($\frac{V}{R_s}$) denominada ***vorticidad por curvatura*** correspondiente al giro del viento a lo largo de una línea de corriente. Esto quiere decir que podemos tener vorticidad en un movimiento rectilíneo (sin

Vorticidad potencial

Flujo adiabático sobre superficie isentrópica implica que la densidad es sólo función de la presión, por lo que el termino solenoidal es nulo

$$\frac{dC_a}{dt} = \frac{d}{dt}\oint \vec{v}\cdot\overrightarrow{dl} = \oint\frac{dp}{\rho} = 0$$

$$\frac{D}{Dt}(C + 2\Omega\,\delta A\sin\phi) = 0$$

$$A(\zeta + f) = \text{const}$$

$$A = \frac{Mg}{\delta p} = \left(\frac{\delta\theta}{\delta p}\right)\left(\frac{Mg}{\delta\theta}\right) = \text{const}\times\left(\frac{\delta\theta}{\delta p}\right)$$

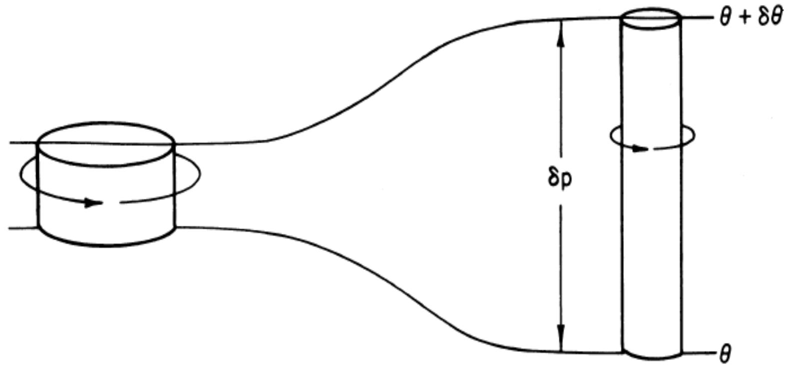


Fig. 4.7 A cylindrical column of air moving adiabatically, conserving potential vorticity.

$$(\zeta + f)\frac{\partial\theta}{\partial p} = \text{const}$$

Fluido incompresible: $\dfrac{\zeta + f}{\delta z} = \text{const}$

Teniendo en cuenta la conservación de la vorticidad absoluta, para un fluido incompresible de espesor constante z, analizar qué ocurre para los movimientos zonales a una latitud determinada

$$\frac{\zeta + f}{\delta z} = \text{const}$$

El parámetro de coriolis f aumenta con la latitud, por tanto la vorticidad relativa disminuiría al desplazarnos hacia el norte y aumentaría al desplazarnos hacia el sur.

Flujo del oeste tiene que ser zonal para que conserve la vorticidad absoluta

Flujo del este puede curvarse hacial en N o S conservando su vorticidad absoluta

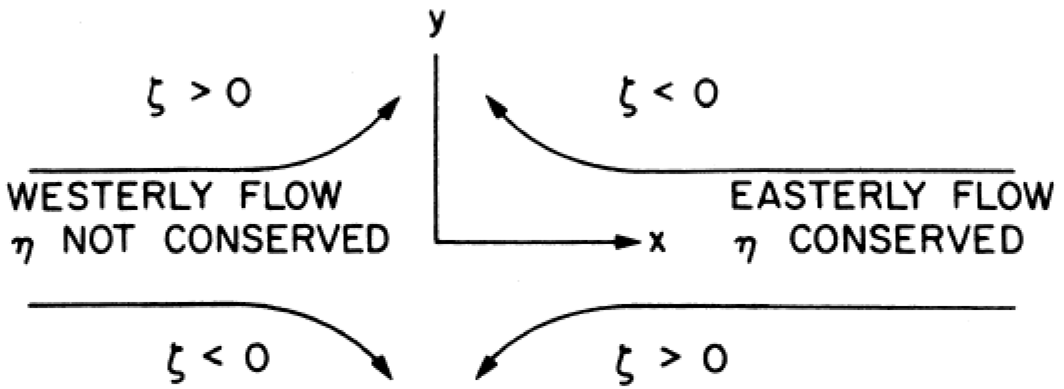


Fig. 4.8 Absolute vorticity conservation for curved flow trajectories.

Teniendo en cuenta la conservación de la vorticidad potencial, para un fluido de espesor variable, analizar qué ocurre para los movimientos zonales a una latitud determinada al variar su espesor, por ejemplo al atravesar una barrera montañosa

$$(\zeta + f)\frac{\partial\theta}{\partial p} = \text{const}$$

Trayectoria ondulada con flujo del oeste , con flujo del este desviación transitoria hacia el sur.

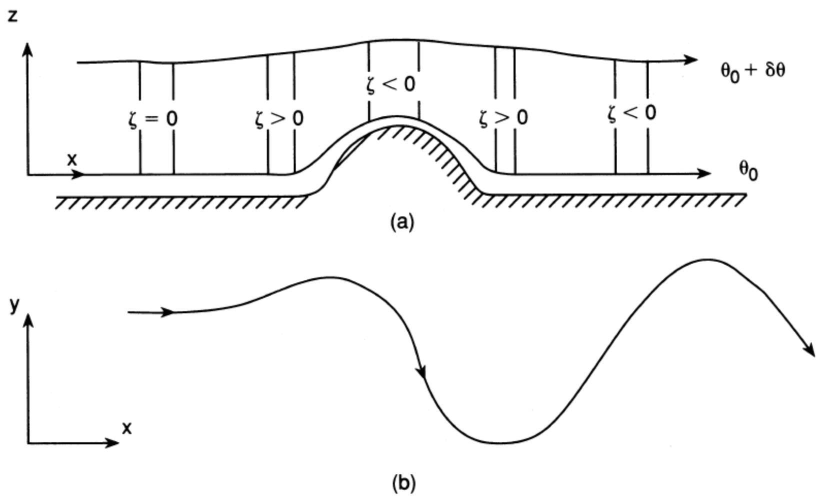


Fig. 4.9 Schematic view of westerly flow over a topographic barrier: (a) the depth of a fluid column as a function of x and (b) the trajectory of a parcel in the $(x,\ y)$ plane.

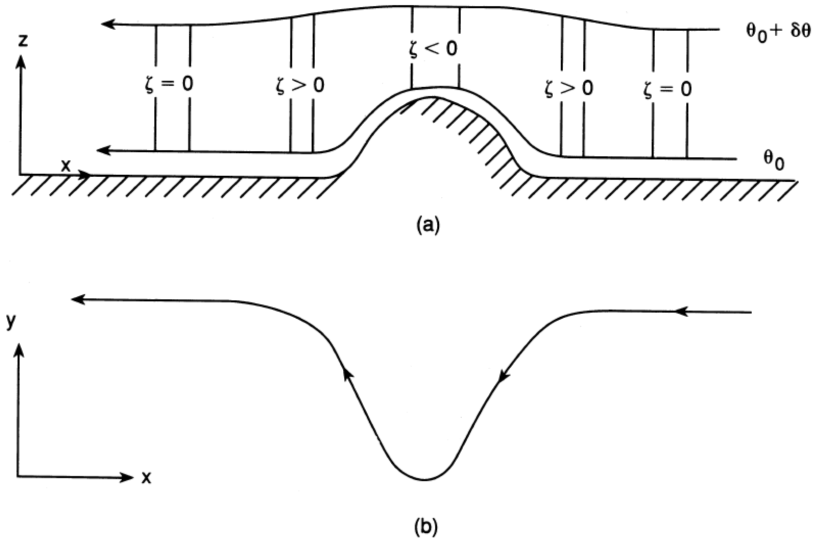
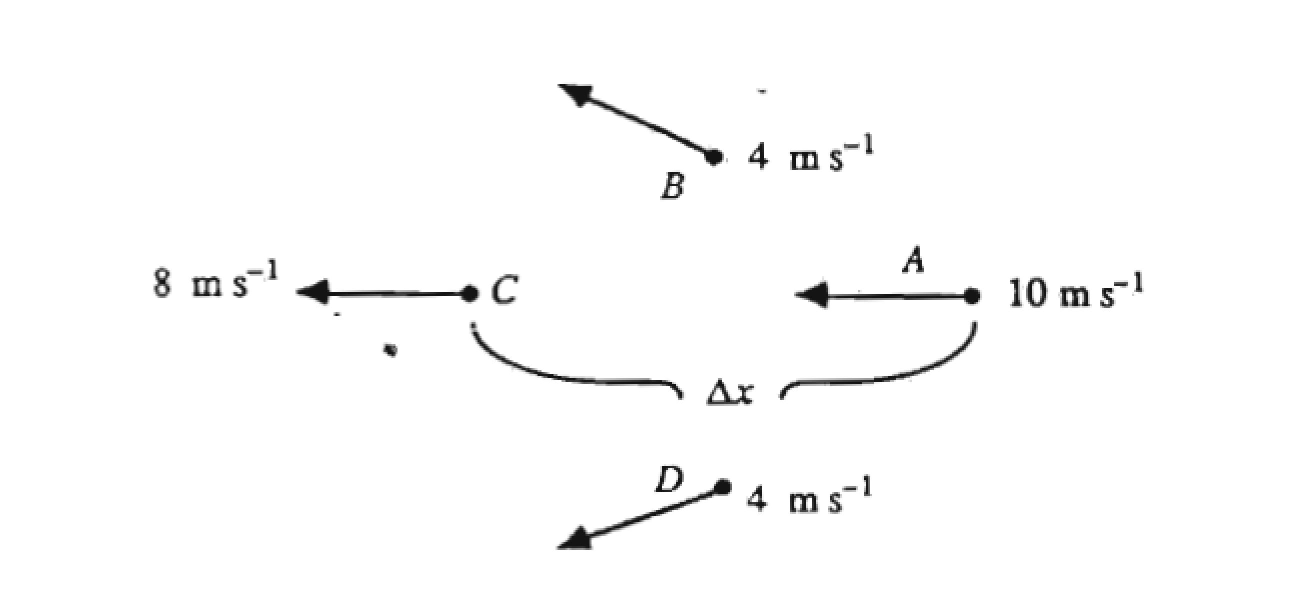


Fig. 4.10 As in Fig. 4.9, but for easterly flow.

divergencia

$$\nabla_H \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$$

Calcular la divergencia horizontal en una estación teniendo en cuenta que los datos recibidos a 50 km de la estación hacia el este, norte, oeste y sur son respectivamente 90º-10 m/s; 120º 4 m/s; 90º 8 m/s; 60º 4 m/s



$$\Delta x = \Delta y = 10^5\,\mathrm{m}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{u_A - u_C}{\Delta x} + \frac{v_B - v_D}{\Delta y}$$

$$= \frac{(-10 + 8)}{10^5} + \frac{2 + 2}{10^5} = 2 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}.$$

Supongamos que en el problema anterior existe un error en la medida del viento del 10 %. ¿Cuál será el error de la divergencia horizontal en el peor de los casos?

For the worst case we let $u_A = 9\ \mathrm{m\,s^{-1}}$, $u_C = 8.8\ \mathrm{m\,s^{-1}}$, $v_B = 2.2\ \mathrm{m\,s^{-1}}$, $v_D = -2.2\ \mathrm{m\,s^{-1}}$;

then $\left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right) + \left(\dfrac{\partial v}{\partial y}\right) = 4.2 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$. So the estimate is in error by 110 %.